DIC938K – Planification automatique

Recherche heuristique / Algorithme A*

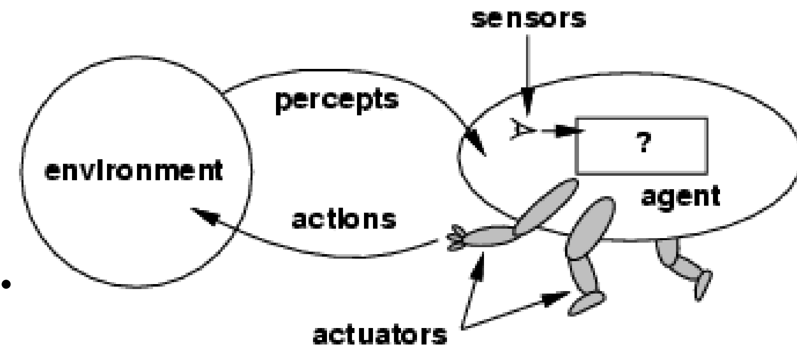
Hiver 2022

Tiré de mon cours INF4230 – Intelligence Artificielle

Sommaire

- Rappels :
  - Agents.
  - Résolution de problème par recherche.
  - Espace d'états.
- Recherche informée.
- Recherche «meilleur en premier».
- Algorithme A*.
- Heuristiques.
- Propriétés de A*.
- Exemples d'heuristiques.

Rappel : Agents rationnels



- **Agent** :
  - Perçoit son environnement.
  - Agit dans son environnement
  - Se fait une représentation du monde (modèle).
  - Mesure de performance.
  - (Modèle PEAS).
- Un agent a une **fonction** f: P* → A .

Rappel : Environnements

- Caractéristiques d'un environnement :
  - Complètement observable *vs* partiellement observable.
  - Déterministe *vs* stochastique.
  - Épisodique *vs* séquentiel.
  - Statique *vs* dynamique.
  - Discret *vs* continu.
  - Agent unique *vs* multi-agent.
- Quasi synonymes : environnement et monde (*world*).

Rappel : Paradigme de résolution de problème

- La fonction *f* d'un agent peut être implémentée à l'aide du paradigme «résolution de problèmes par recherche».
- Construction d'un modèle du monde à l'aide des données sensorielles provenant des capteurs.
- Un graphe est étendu à partir de l'état initial (actuel) en simulant les actions de l'agent.
- Les décisions séquentielles sont sélectionnées à l'aide d'une recherche dans un graphe.

Rappel : Types de problème

- **Déterministe + Complètement observable → problème à partir d'un état unique.**
  - L'agent sait tout et peut simuler ses actions.
  - Solution = séquence d'actions

Non déterministe et/ou observabilité partielle → problème de contingence.
  - À chaque itération, on doit percevoir l'environnement.
  - Solution = Plan contingent; Alternance recherche et exécution.

Non observable → problème sans capteurs ou problème de conformance (*conformant planning*).
  - L'agent n'a aucune idée de son environnement.
  - Solution = séquence d'actions.

Espace d'états inconnu → problème d'exploration.

Rappel : Agent basé sur des buts

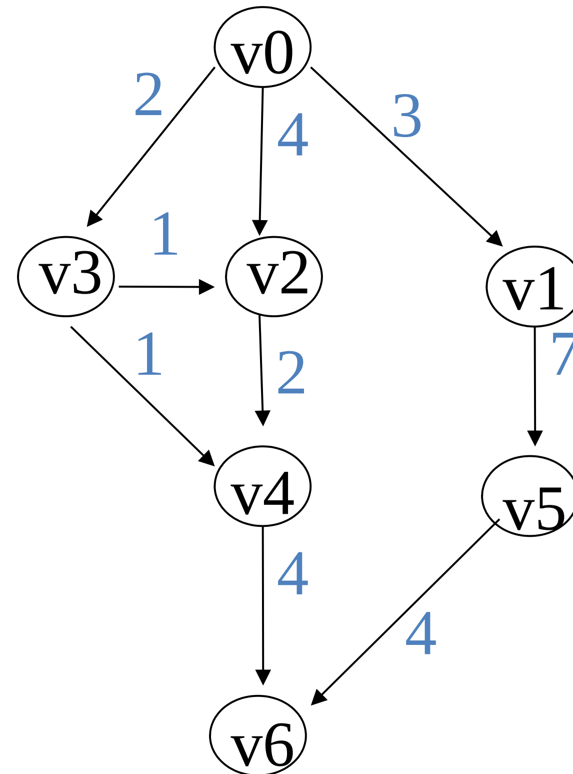
```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT( percept) returns an action
    static: seq, an action sequence, initially empty
            state, some description of the current world state
            goal, a goal, initially null
            problem, a problem formulation

    state ← UPDATE-STATE(state, percept)
    if seq is empty then do
        goal ← FORMULATE-GOAL(state)
        problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
        seq ← SEARCH( problem)
    action ← FIRST(seq)
    seq ← REST(seq)
    return action
```

Exemple 1 – Agent sur une carte

Monde:

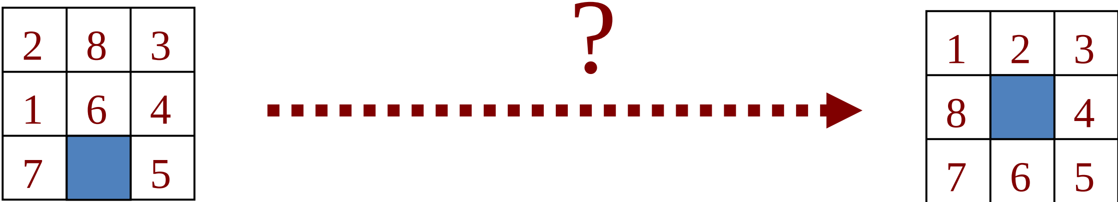
Villes et routes.

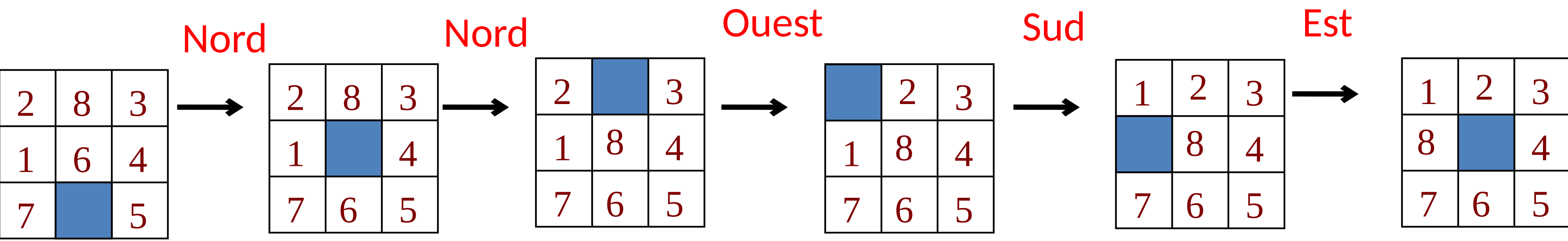


Problème posé (état_initial, but):

v0: ville de départ (état initial)
v6: destination (but)

Exemple 2 – Jeu de taquin (puzzle)





RECHERCHE INFORMÉE

Algorithme Meilleur en premier (*Best-First-Search*)

- La définition varie selon les auteurs :
  - Dans le livre de Norvig et Russell :

    «**Greedy Best-First-Search**» ≠ «**Best-First-Search**»
- «**Greedy Best-First-Search**» (GBFS) est une recherche locale ≈ *hill climbing* (chapitre 4).
- «**Best-First-Search**» est une recherche globale.
- Idée = choisir le prochain état qui «semble» le plus près du but (meilleur).
- Ce choix est fait par une **(fonction) heuristique**.

Qu'est-ce qu'une heuristique

- Dans divers domaines, dont en informatique, une heuristique est une méthode (~algorithme) qui calcule rapidement (ex: en temps constant, linéaire ou polynomiale) une solution pouvant être approximative et incomplète à un problème généralement trop complexe.

Algorithme de recherche en IA / Fonction heuristique

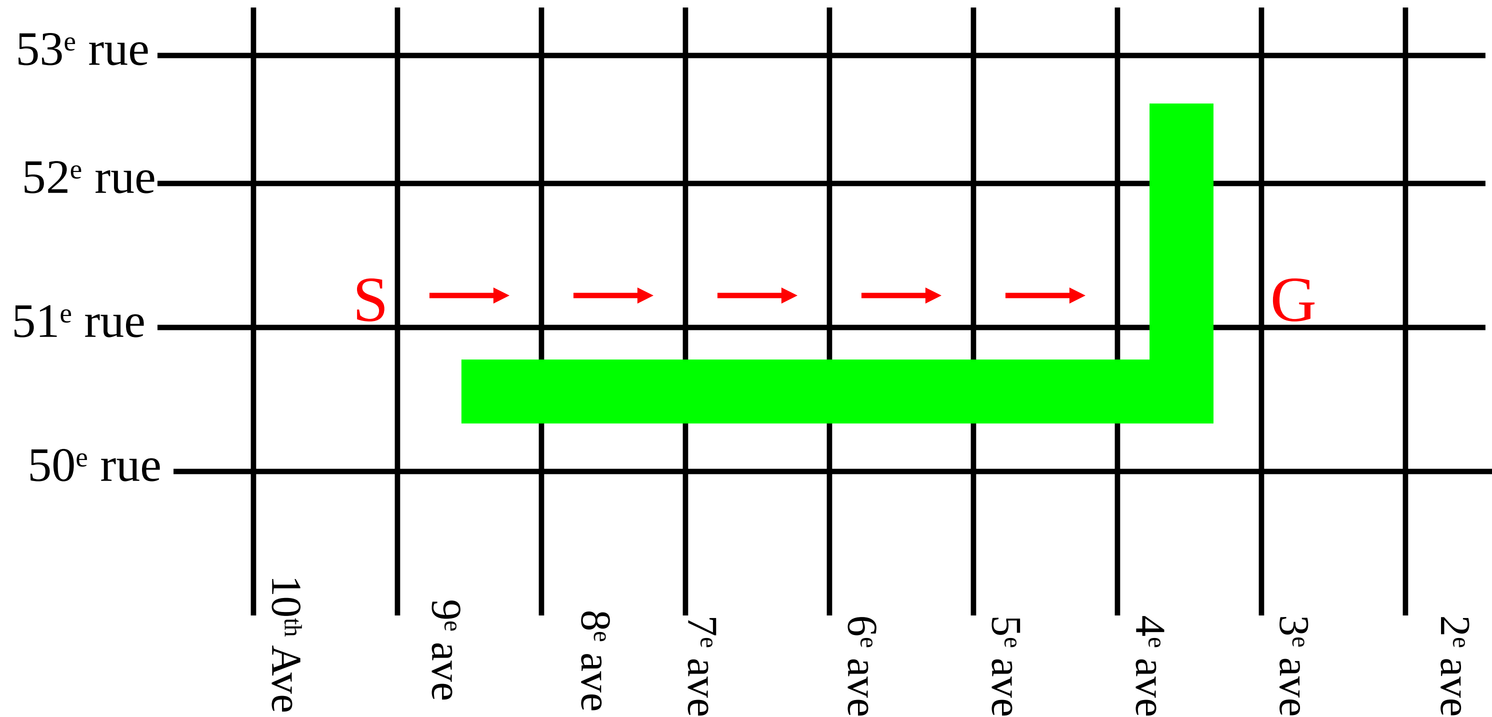
- Estimation de la distance (coût restant) entre un état *n* et un but *g*.
- Le but *g* peut être implicite.
- Généralement notée *h* ou *h(n)*.
  - *h*(*n*) : estime le coût restant pour atteindre le but implicite *g* à partir du nœud (état) *n*.
- Exemple de fonctions heuristiques pour la navigation dans sur une carte :
  - Distance euclidienne (aussi appelée à vol d'oiseau).
  - Distance de Manhattan (ville quadrillée).

Greedy Best-First-Search

- Utilisation d'une heuristique pour guider la recherche.

- Algorithme :
  1. GBFS(n) :
  2. tant que n ne satisfait pas le but
  3. S ← Successeurs
  4. n' ← choisir n' dans S ayant le plus petit h(n')
  5. si n' = n alors ÉCHEC
  6. n → n'

Exemple de GBFS sur une carte

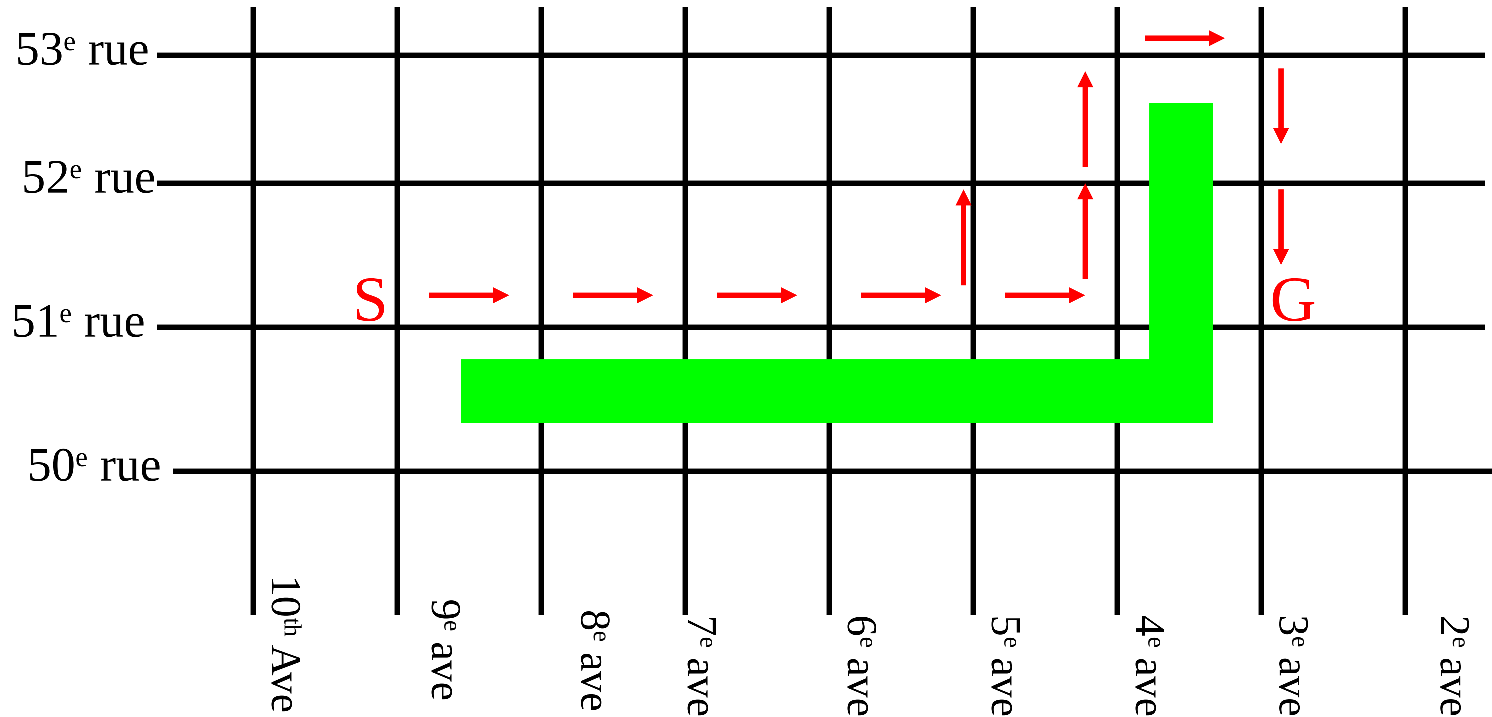


(Adaptée d'une illustration par Henry Kautz, U. of Washington)

Best-First-Search

- Algorithme :
  1. BFS(n0) :
  2. open = {n}
  3. tant que open n'est pas vide
  4. n = choisir dans open qui minimise h(n)
  5. si n satisfait le but, alors retourner solution
  6. ajouter successeurs(n) dans open

Exemple de BFS sur une carte



(Adaptée d'une illustration par Henry Kautz, U. of Washington)

Algorithme A*

- **A*** est une extension de l'algorithme de **Dijkstra**.
  - Ajout d'une heuristique.
- A* et les heuristiques sont à la base de beaucoup de travaux en IA:
  - Recherche de meilleures heuristiques.
  - Heuristiques indépendantes du problème.
  - Apprentissage automatique d'heuristiques.
- Pour décrire A*, on décrit un algorithme générique très simple, dont A* est un cas particulier.

Variables importantes : *open* et *closed*

- ***open* :**
  - contient les nœuds à traiter;
  - c'est à dire à la **frontière** de la partie explorée jusqu'à présent dans le graphe.
- ***closed* :**
  - contient les nœuds déjà traités;
  - c'est à dire à l'intérieur de la frontière délimitée par *open*.

Insertion des nœuds dans *open*

- Les nœuds dans ***open*** sont ordonnés selon une estimation *f(n)* de la qualité d'une solution passant par ce nœud.
- Une fonction *f(n)* donne ou estime la qualité de la meilleure solution passant par le nœud *n*.
- Pour chaque nœud *n*, *f(n)* est un nombre réel positif ou nul, estimant le coût pour un chemin partant de l'état initial n_0, passant par *n*, et arrivant dans un état n' satisfaisant le but *g*.

Définition de la fonction *f(n)*

- **La fonction f désigne la distance entre le nœud initial et le but.**
- En pratique on ne connaît pas cette distance : c'est ce qu'on cherche !
- Par contre on connaît la distance optimale *dans la partie explorée* entre le nœud initial n_0 et un nœud *déjà exploré*.
- Ainsi, on peut séparer *f(n)* en deux parties: *f(n) = g(n) + h(n)*
  - *g(n)* : coût réel du chemin optimal partant du nœud initial n_0 à *n* dans la partie déjà explorée.
  - *h(n)* : coût estimé du reste du chemin partant de *n* jusqu'à un état satisfaisant le but.
  - *h(n)* est une **fonction heuristique**.

Algorithme générique de recherche dans un graphe

Algorithme rechercheDansGraphe(n_0)

1. *open* Créer un ensemble ordonnées par *f(n) // vide au départ*
2. *closed* Créer un ensemble *// vide au départ*
3. insérer n_0 dans *open*
4. while (true) // *la condition de sortie (exit) est déterminée dans la boucle*
    5. si *open* est vide, sortir de la boucle avec échec (aucune solution n'existe)
    6. *n1* = noeud au début de open *avec le plus petit f(n)*
    7. enlever *n1* de *open* et l'ajouter dans *closed*
    8. si *n1* est le but, sortir de la boucle avec succès en retournant le chemin;
    9. pour chaque noeud successeur n2 de n1
        10. Initialiser la valeur *g(n2) = g(n1) + coût de la transition (n1,n2)*
        11. mettre parent(*n2) = n1*
        12. si *open* ou *closed** contient un nœud n3 équivalent à n2 (même état) avec ***f(n2)<f(n3)***, enlever *n3* de *open* ou *closed** et insérer *n2* dans *open.*
        13. sinon (c-à-d., n2 n'est est ni dans *open* ni dans *closed)*
            14. insèrer *n2* dans open *en triant les nœuds en ordre croissant selon f(n)*

* *Le test dans closed à la ligne 12 est uniquement nécessaire en cas d'heuristique inadmissible ou **inconsistante**.*

Exemple A* avec recherche dans une ville

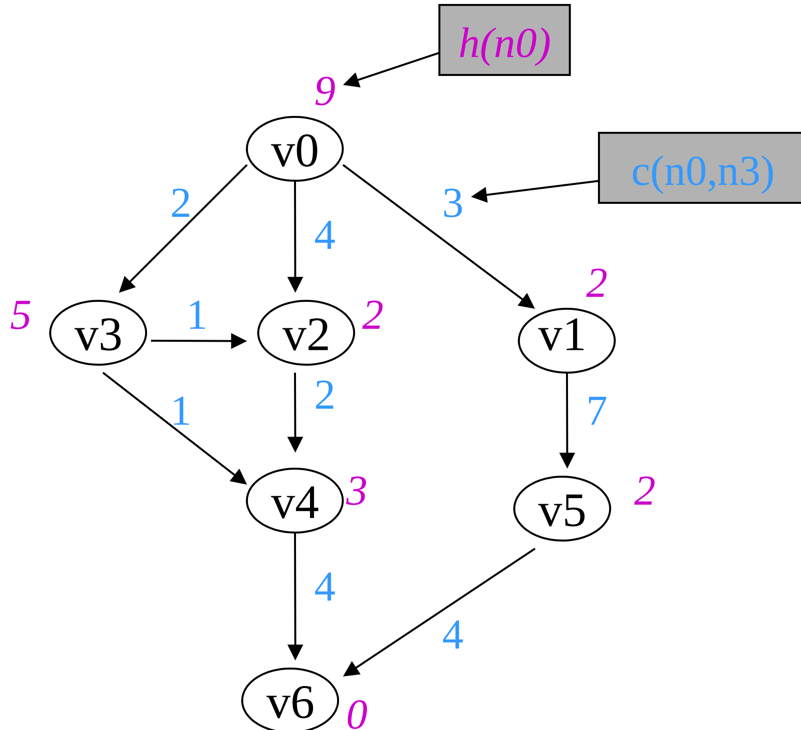
<u>Routes entre les villes :</u>

v0: ville de départ

v6: destination

h: valeur de la fonction heuristique

C: coût (distance) entre deux villes



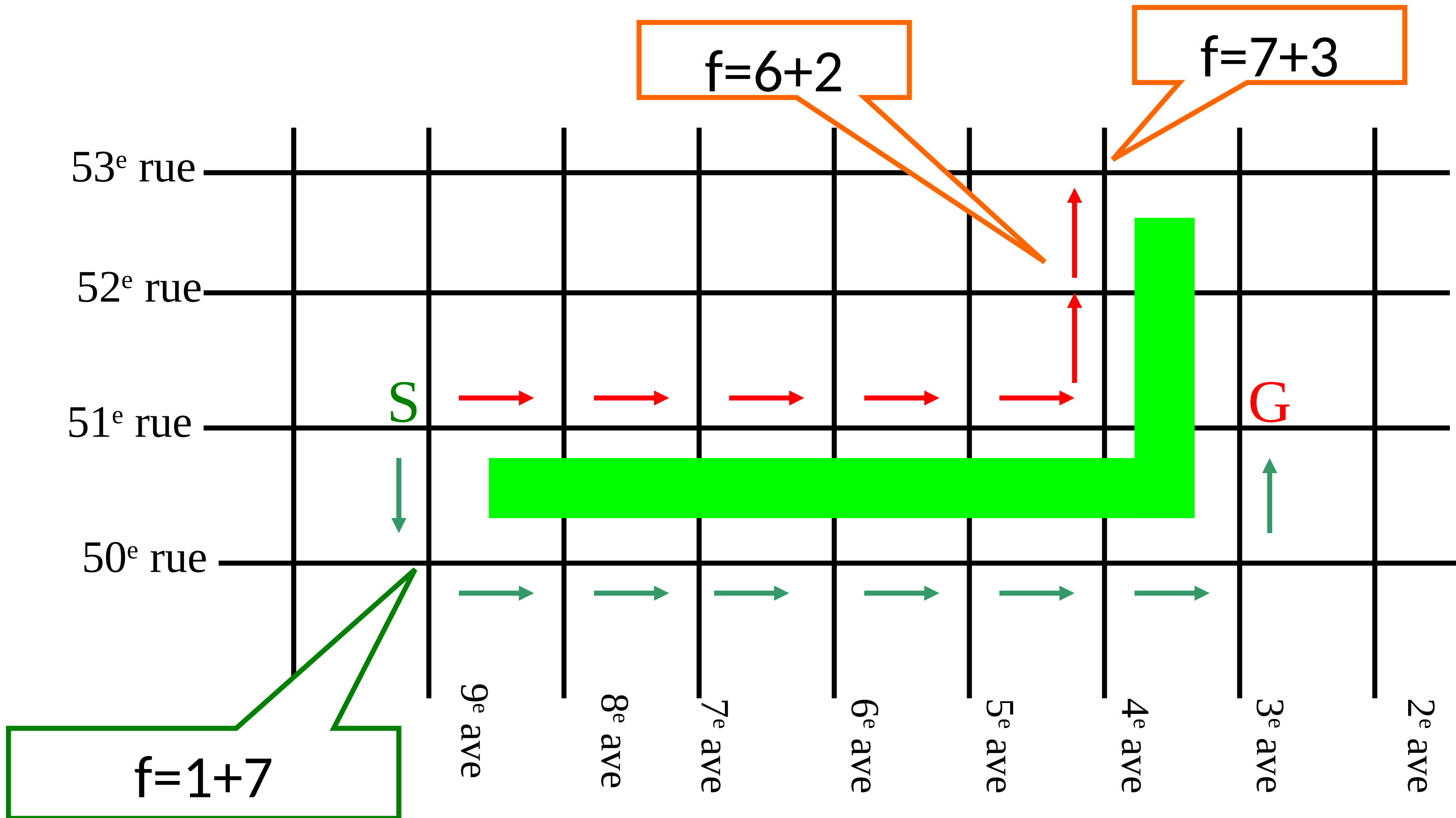
<u>Contenu de *open* à chaque itération (état, f, parent) :</u>

1. (v0, 9, void)
2. (v1,5,v0) (v2,6,v0), (v3,7,v0)
3. (v2,6,v0) (v3,7,v0), (v5,12,v1)
4. (v3,7,v0),(v4,9,v2),(v5,12,v1)
5. (v2,5,v3),(v4,6,v3),(v5,12,v1)
6. (v4,6,v3),(v5,12,v1)
7. (v6,7,v4), (v5,12,v1)
8. Solution: **v0,v3,v4,v6**

<u>Contenu de *closed* à la sortie (noeud, f) :</u>

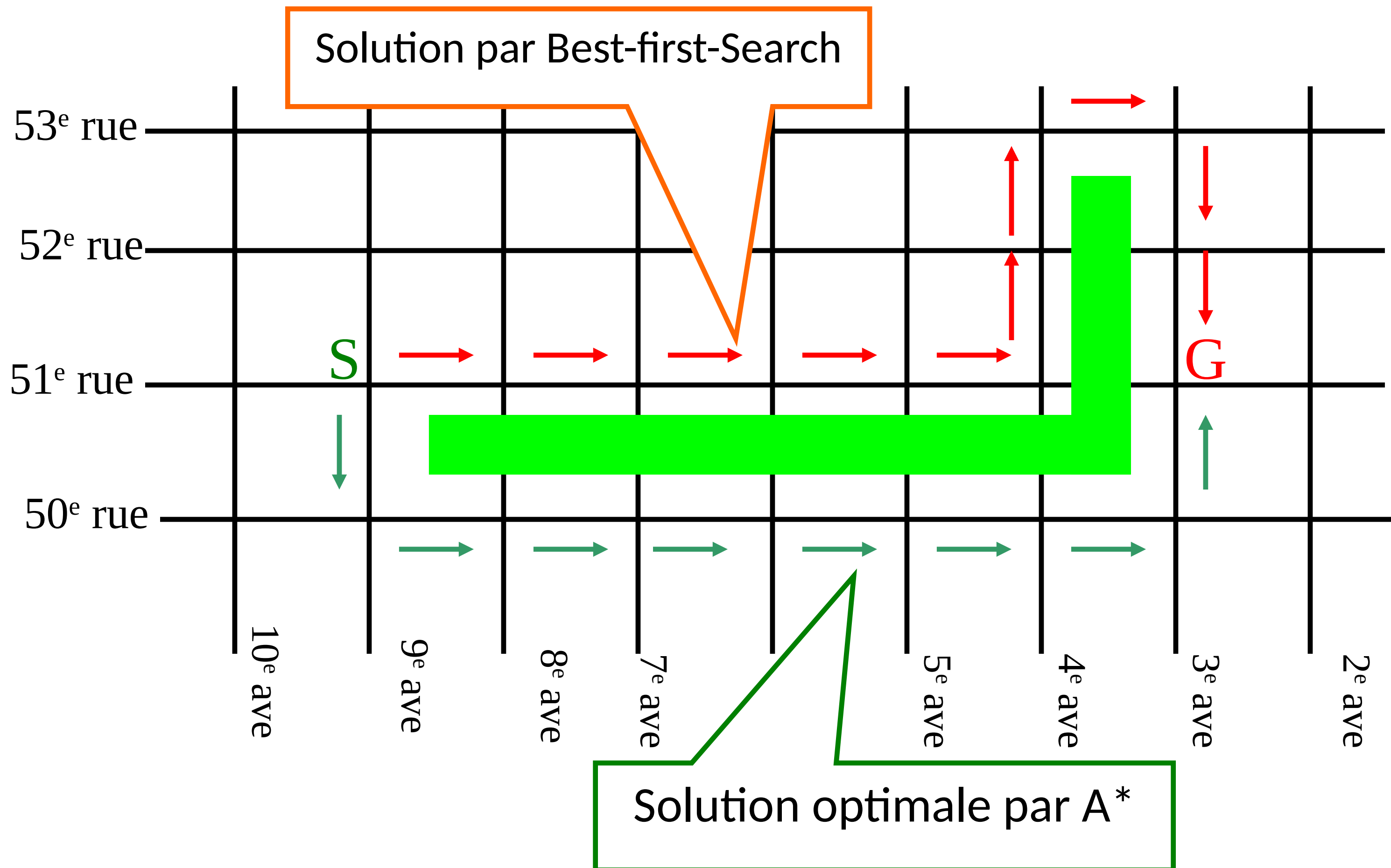
(v4,6), (v3,7), (v2,5), (v1,5), (v0,9)

Exemple de recherche avec A*



(Illustration par Henry Kautz, U. of Washington)

Non-optimalité de Best-First Search



(Illustration par Henry Kautz, U. of Washington)

Démos

Simulation des algorithmes :
A*, Recherche en profondeur, largeur, meilleur en premier

http://ericbeaudry.ca/INF4230/demos/search/ (Applet Java)

http://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/

Exemples d’heuristiques

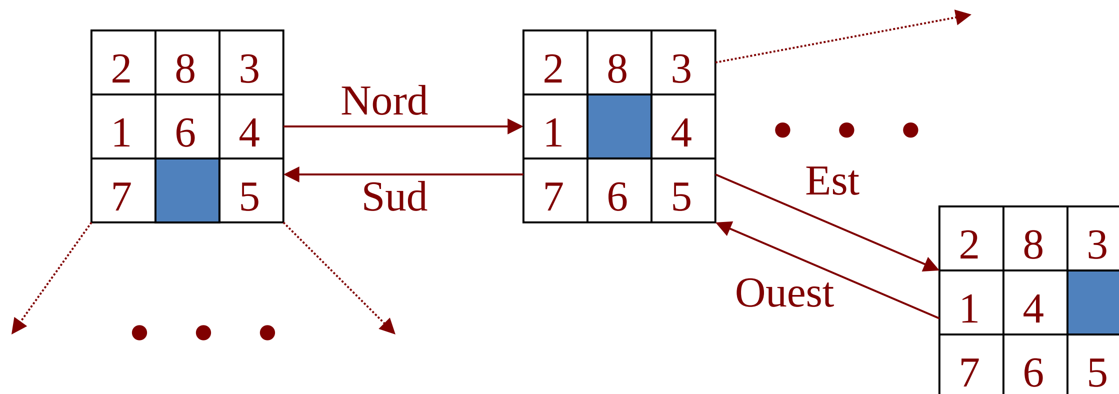
JEU DE TAQUIN

Jeu de taquin

- *État*: configuration légale du jeu
- *État initial*: configuration initiale
- *État final (but)*: configuration gagnante
- *Transitions (fonction successeur)*

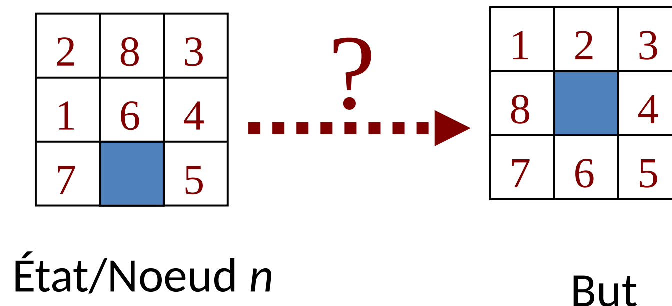
2	8	3
1	6	4
7		5

1	2	3
8		4
7	6	5



Heuristiques pour jeu de taquin

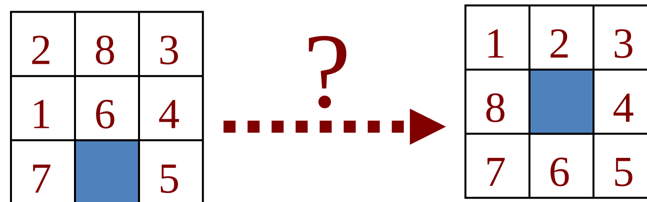
- Estimer un nombre minimal de coups (actions)



- Nombre de tuiles mal placées :
  - Tuiles 2, 8, 1, 6
  - Donc, h = 4

Heuristiques pour jeu de taquin

- Estimer un nombre minimal de coups (actions)



État/Noeud *n*

But

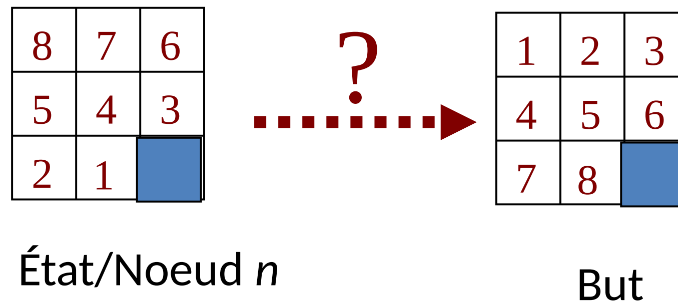
- Sommes des distances de Manhattan des tuiles avec leur position à atteindre :

Tuile	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance	1	1	0	0	0	1	0	2

h = 5

Heuristiques pour jeu de taquin

- Estimer un nombre minimal de coups (actions)



- Sommes des distances avec buts:

Tuile	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance	3	3	1	1	1	1	3	3

h = 16

PROPRIÉTÉS DE L'ALGORITHME A*

Propriétés de l’algorithme A*

- Si un problème n’a pas de solution :
  - Tout l’espace d’états accessibles depuis l’état initial sera visité.
  - Une fois open vide, le constat d’absence de solution est confirmée.
- Si une solution existe, l’algorithme A* la trouve toujours.

Propriétés de l'algorithme A*

- Si la fonction heuristique *h* retourne toujours une estimation inférieure au coût réel, on dit que *h* est une **fonction heuristique admissible**.

- Lors qu'utilisé avec une heuristique admissible, l'algorithme A* retourne toujours une solution optimale si elle existe.

- Attention : il peut y avoir plusieurs solutions optimales (mais de même coût).

Propriétés de l'algorithme A*

- Complet? **Oui**, à condition d'avoir un nombre fini d'états.
- Complexité temporelle?
  - Dépend de l'heuristique.
  - Dans le pire cas, il faut faudra visiter *n* nœuds …
  - Mais, la taille de l'espace d'états (n) est généralement exponentielle à la taille du problème!
- Complexité spatiale? **O(n)** où n est le nombre de nœuds explorés. Dans le pire cas n=|S|.
- Optimal? **Oui**, à condition que l'heuristique soit admissible.

Propriétés de l'algorithme A*

- Équivalence A* et recherche en largeur
  - En utilisant des coûts des arcs uniformément égaux et strictement positifs (par exemple, tous égaux à 1) et h retournant toujours 0 quelque soit le nœud, A* devient une recherche en largeur.
  - *Open* devient une file LILO (*last in*, *last out)*, en d'autre termes « dernier entré, dernier sorti ».

Propriétés de l’algorithme A*

- Soit $f^*(n)$, le coût d’un chemin optimal passant par n. Pour chaque nœud exploré par A*, on a toujours $f(n) \leq f^*(n)$.
- Si quelque soit un nœud *n1* et son successeur *n2*, nous avons toujours $h(n1) \leq coût(n1,n2) + h(n2)$, où *coût(n1,n2)* est le coût de l’arc *(n1,n2)*, on dit que *h* est une heuristique **consistante** (on dit aussi parfois **monotone** – mais c’est en réalité f(.) qui devient monotone). Dans ce cas,
  - *h* est aussi admissible.
  - Chaque fois que A* choisit un nœud au début de open, cela veut dire que A* a déjà trouvé un chemin optimal vers ce nœud: le nœud ne sera plus jamais revisité!
  - Si une heuristique est non consistante, pour que A* soit optimal, il faut vérifier la présence des nœuds générés dans closed et les réinsérer dans open au besoin.

Propriétés de l’algorithme A*

- Si on a deux heuristiques *admissibles* $h1$ et $h2$, tel que $h1(n) < h2(n)$, alors $h2(n)$ conduit plus vite au but: avec $h2$, A* explore moins ou autant de nœuds avant d’arriver au but qu’avec $h1$.

- Si h n’est pas admissible, soit x la borne supérieur sur la surestimation du coût. C-à-d., on a toujours $h(n) \le h^*(n)+x$. Dans ce cas A* retournera une solution dont le coût est au plus x plus que le coût optimal, c-à-d., A* ne se trompe pas plus que x sur l’optimalité.

Mini-quiz sur A*

- Étant donné une fonction heuristique non admissible, l'algorithme A* donne toujours une solution lorsqu'elle existe, mais il n'y a pas de certitude qu'elle soit optimale.
  - **Vrai.**
- Si les coûts des arcs sont tous égaux à 1 et la fonction heuristique retourne tout le temps 0, alors A* retourne toujours une solution optimale lorsqu'elle existe.
  - **Vrai.**
- Lorsque la fonction de transition contient des boucles et que la fonction heuristique n'est pas admissible, A* peut boucler indéfiniment même si l'espace d'états est fini.
  - **Faux.**
- Avec une heuristique monotone, A* n'explore jamais le même état deux fois.
  - **Vrai.**

Mini-quiz sur A*

- Étant donné deux fonctions heuristiques h_1 et h_2 telles que $0 \leq h_1(s) < h_2(s) \leq h^*(s)$, pour tout état *s*, h_2 est plus efficace que h_1 dans la mesure où les deux mènent à une solution optimale, mais h_2 le fait en explorant moins ou autant de nœuds.
  - **Vrai.**
- Si h(s)=h*(s), pour tout état *s*, l'optimalité de A* est garantie.
  - **Vrai.**

Variantes de A*

- Selon le poids que l'on veut donner à l'une ou l'autre partie, on définie *f* comme suit:

$$f(n) = (1-w)*g(n) + w*h(n)$$

  où w est un nombre réel supérieur ou égal à 0 et inférieur ou égal à 1.

- Selon les valeurs qu'on donne à w, on obtient des algorithmes de recherche classique:
  - ***Dijkstra*** : w = 0 c'est-à-dire $f(n) = g(n)$
  - ***Best-first-search*** : w = 1 c'est-à-dire $f(n) = h(n)$
  - ***A**** : w = 0.5 équivalent à $f(n) = g(n) + h(n)$

Variantes de A*

- **Beam search**
  - On met une limite sur le contenu de OPEN et CLOSED
  - Recommandé lorsque pas assez d'espace mémoire.
- **Bit-state hashing**
  - **closed** est implémenté par une table hash et on ignore les collisions
  - Utilisé dans la vérification des protocoles de communication, mais avec une recherche en profondeur classique (pas A*).
    - *Exemple*: outil SPIN

Variantes de A*

- **Iterative deepening**
  - On met une limite sur la profondeur
  - On lance A* jusqu'à la limite de profondeur spécifiée.
  - Si pas de solution on augmente la profondeur et on recommence A*
  - Ainsi de suite jusqu'à trouver une solution.
- **And-Or A***
  - Fait pour les graphes ET-OU (voir chapitre 4).
- **D*** (proposée par).
  - D* pour A* Dynamique. Évite de refaire certains calculs lorsqu'il est appelé plusieurs fois pour atteindre le même but, suite à des changements de l'environnement.
  - Anthony Stentz. Optimal and efficient path planning for partially-known environments. ICRA 1994.

Variantes de A*

- **Anytime Dynamic A***
  - Similaire au *iterative deepening*, en variant le poids de l'heuristique.
  - Référence : Maxim Likhachev, David Ferguson, Geoffrey Gordon, Anthony (Tony) Stentz, and Sebastian Thrun**. Anytime Dynamic A*: An Anytime, Replanning Algorithm**. Dans Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS), June, 2005.